

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
1 Komplexe Zahlen und ihre geometrische Darstellung	1
1.1 Von den natürlichen Zahlen zu den komplexen Zahlen	1
1.2 Die komplexen Zahlen	6
1.3 Rechnen im Körper $(\mathbb{C}, +, \cdot)$	10
Aufgaben	11
1.4 Die Gaußsche Zahlenebene.....	12
1.5 Die Betragsfunktion in \mathbb{C}	12
1.6 Punktmengen in der Gaußschen Zahlenebene.....	15
Aufgaben	21
1.7 Polarkoordinatendarstellung	22
1.8 Die Formeln von Moivre und Euler	26
1.9 Anwendungen in der Physik: Bewegungen eines Punktes in der Ebene ..	31
1.10 Spiralen	37
1.11 Komplexe Zahlen und Fraktale	41
Aufgaben	44
2 Primzahlen im Komplexen	47
2.1 Die Menge der ganzen Gaußschen Zahlen	47
2.2 Norm und Einheiten.....	48
2.3 Die Gaußschen Primzahlen	49
2.4 Division mit Rest im Ring der ganzen Gaußschen Zahlen.....	52
2.5 Primfaktorzerlegung in \mathbb{G}	54
Aufgaben	55

3	Lösungen algebraischer Gleichungen	57
3.1	Quadratwurzeln und quadratische Gleichungen.....	57
3.2	Allgemeine Wurzeln	62
3.3	Einheitswurzeln: n -te Wurzeln aus der Zahl 1	64
	Aufgaben	68
3.4	Kubische Gleichungen	70
3.5	Ausblick	82
3.6	Lösungen der Gleichung 4. Grades	83
	Aufgaben	85
4	Fundamentalsatz der Algebra	87
4.1	Die Problemstellung	87
4.2	Der Fundamentalsatz der Algebra	88
4.3	Die Bedeutung des Fundamentalsatzes	95
	Aufgaben	98
5	Riemannsche Kugel	99
5.1	Einleitung	99
5.2	Stereografische Projektion	100
5.3	Eigenschaften der stereografischen Projektion	101
5.4	Darstellung einer Funktion auf der Riemannschen Zahlenkugel – ein Beispiel	106
	Aufgaben	106
6	Komplexe Funktionen	107
6.1	Begriffsbildung	107
6.2	Differenzieren von komplexen Funktionen	109
6.3	Konforme Abbildungen	112
	Aufgaben	116
7	Gebrochen lineare Funktionen	117
7.1	Ganze lineare Funktionen	118
7.2	Die Inversion	121
7.3	Spiegelung am Kreis und hyperbolische Fraktal-Ornamente.....	127

7.4	Kurvenverwandtschaft bei der Inversion $y = 1/z$	129
7.5	Gebrochen lineare Funktionen: Möbiustransformationen	132
7.6	Das Doppelverhältnis	138
7.7	Normalform der Möbiustransformation mit zwei Fixpunkten	139
	Aufgaben	143
8	Die Jukowski-Funktion und die Funktion $w = z^2$	147
9	Komplexe Zahlen und Konforme Abbildungen mit MAPLE	153
	Lösungen zu den Aufgaben	163
	Literatur	173
	Index	175