

Inhaltsverzeichnis

1	Das elektrische Feld und seine Wirbel	17
1.1	Warum ist eine Feldtheorie erforderlich?	17
1.2	Die Coulomb–Wechselwirkung und das elektrische Feld	19
1.2.1	Die Gravitationswechselwirkung	19
1.2.2	Die Coulomb–Wechselwirkung	21
1.2.3	Einheiten, Stärke der Wechselwirkung	22
1.2.4	Das elektrische Feld	23
1.3	Potential und Wirbel des elektrischen Feldes	25
1.3.1	Das elektrische Potential	25
1.3.2	Summationskonvention, Transformationen	27
1.3.3	Rotation und Wirbel des elektrischen Feldes	31
1.4	Der Stokessche Integralsatz	35
1.4.1	Das Potential als Linienintegral	35
1.4.2	Der Stokessche Integralsatz	37
1.4.3	Nachweis des Stokesschen Integralsatzes	40

2	Die Quellen des elektrischen Feldes	43
2.1	Die Divergenz des elektrischen Feldes einer Punktladung	43
2.2	Der Gaußsche Integralsatz	45
2.2.1	Der Gaußsche Integralsatz	45
2.2.2	Schreibweise mit der Diracschen δ -Funktion	47
2.2.3	Nachweis des Gaußschen Integralsatzes	50
2.3	System von Punktladungen	53
2.4	Kontinuierliche Ladungsverteilungen	56
2.4.1	Die Ladungsdichte	56
2.4.2	Formulierung der Feldgleichungen	56
2.4.3	Glatte Ladungsverteilungen	60
2.4.4	Feldlinien	60
3	Feldenergie, Multipole, Kräfte und Momente	63
3.1	Feldenergie	63
3.1.1	Potentielle Energie	63
3.1.2	Feldenergie und ihre Dichte	65
3.1.3	Der kontinuierliche Fall	67
3.1.4	Alternative Herleitung des kontinuierlichen Falls	68
3.2	Multipolentwicklung	70
3.2.1	Die Entwicklung	70
3.2.2	Vektoren und Tensoren: das Quadrupolmoment als Tensor . .	73
3.3	Ladungsverteilungen in äußeren Feldern	76
3.3.1	Energie	77
3.3.2	Kräfte	79
3.3.3	Drehmomente	80
3.3.4	Induzierte Dipole	81

4	Elektrostatik	83
4.1	Elektrische Leiter und Kapazitäten	84
4.1.1	Elektrische Leiter	84
4.1.2	Die Kapazität eines Leiters	87
4.1.3	Die Kapazität eines Systems von Leitern	90
4.1.4	Die Feldenergie in einem System von Leitern	93
4.2	Die Methode der Spiegelladungen	95
4.3	Das allgemeine Randwert-Problem	98
4.3.1	Die Greenschen Identitäten	98
4.3.2	Die formale Lösung des Randwert-Problems	100
4.3.3	Dirichletsche und von Neumannsche Randbedingungen, Eindeutigkeit der Lösung	101
4.4	Lösung mit der Greenschen Funktion	103
5	Elektrischer Strom und magnetische Flussdichte	107
5.1	Erhaltung der elektrischen Ladung	107
5.1.1	Die elektrische Flussdichte	107
5.1.2	Die Erhaltung der elektrischen Ladung	110
5.1.3	Konvektive Flussdichten und totale Zeitableitung	112
5.2	Lorentz-Kraft und magnetische Flussdichte	114
5.2.1	Formulierung der Lorentz-Kraft und der magnetischen Flussdichte	114
5.2.2	Einheiten	116
5.3	Drahtförmige elektrische Leiter, Biot-Savartsches Gesetz	118
5.3.1	Biot-Savartsches Gesetz	119
5.3.2	Kraft auf einen stromdurchflossenen Draht	121

6.1	Das Vektor-Potential und die Divergenz der magnetischen Flussdichte	123
6.1.1	Das Vektor-Potential	123
6.1.2	Die Divergenz der magnetischen Flussdichte	125
6.1.3	Vektor-Potential für quellenfreie Felder	125
6.2	Die Wirbel der magnetischen Flussdichte	127
6.2.1	Die Feldgleichung	127
6.2.2	Magnetische Feldlinien	130
6.2.3	Anwendung: Lange Spule	132
6.3	Eichung des Vektor-Potentials	133
6.4	Zerlegungssatz	135
6.5	Magnetische Multipol-Entwicklung	137
6.5.1	Die Entwicklung, Monopol-Term	137
6.5.2	Magnetischer Dipol	139
6.5.3	Beispiel: Ebene Leiterschleife	141
6.5.4	Bewegte Ladungen	142
6.6	Stromverteilungen in äußeren Feldern	144
6.6.1	Kräfte	145
6.6.2	Drehmomente	150

7.1	Zeit-, Ladungs- und Paritäts-Umkehr	153
7.1.1	Zeit-Umkehr	153
7.1.2	Ladungs-Umkehr	155
7.1.3	Paritäts-Umkehr	157
7.2	Formulierung der Maxwell'schen Gleichungen	160
7.2.1	Der statische Grenzfall	161
7.2.2	Linearität	161
7.2.3	Felder als vollständige Variablen	162
7.2.4	Invarianz gegen T, C und P	162
7.2.5	Erhaltung der Ladung	163
7.2.6	Relativität und Lorentz-Kraft	164
7.3	Integrale Formen und Lenzsche Regel	166
7.3.1	Verallgemeinertes Gesetz von Biot-Savart und Verschiebungs- strom	166
7.3.2	Faradaysches Induktionsgesetz	167
7.3.3	Lenzsche Regel	169
7.4	Potentiale und Wellengleichung	170
7.4.1	Existenz der Potentiale und Eichtransformation	171
7.4.2	Die Wellengleichung	173
7.4.3	Die Lorentz-Eichung	175

8 Bilanz–Gleichungen	177
8.1 Elektrische Ladung und das Schema der Bilanz–Gleichungen	177
8.2 Bilanz der Energie	178
8.2.1 Herleitung	178
8.2.2 Diskussion	180
8.3 Bilanzen des Impulses und des Drehimpulses	182
8.3.1 Impuls–Bilanz	182
8.3.2 Bilanz des Drehimpulses	186
8.4 Erhaltung von Energie, Impuls und Drehimpuls	188
 9 Freie elektromagnetische Wellen	 191
9.1 Ebene Wellen	192
9.1.1 Ebene Wellen in z –Richtung	193
9.1.2 Allgemeine ebene Wellen	194
9.2 Monochromatische ebene Wellen	198
9.2.1 Einzelne monochromatische ebene Welle	198
9.2.2 Überlagerung monochromatischer ebener Wellen	202
9.3 Wellenpakete, Phasen– und Gruppen–Geschwindigkeit	205
9.4 Modenzerlegung freier Felder	209
9.4.1 Eichung	209
9.4.2 Lösungen der Wellengleichung und Randbedingungen	212
9.4.3 Die Feldenergie	213
9.4.4 Transformation auf kanonische Koordinaten	215

10 Die inhomogene Wellengleichung, Ausstrahlung **221**

10.1 Lösung der inhomogenen Wellengleichung	221
10.1.1 Die Greensche Funktion	221
10.1.2 Die Berechnung der Greenschen Funktion	224
10.1.3 Diskussion	229
10.2 Die Lienard–Wiechert–Potentiale	231
10.3 Dynamische Multipol–Entwicklung	233
10.3.1 Die Entwicklung des Vektor–Potentials	235
10.3.2 Berechnung des skalaren Potentials, Diskussion	240
10.4 Hertzscher Dipol	241
10.4.1 Fernfeld–Näherung	241
10.4.2 Diskussion und Energie–Bilanz	244
10.4.3 Ausstrahlung eines magnetischen Dipols	246

11 Grundlagen der Relativitätstheorie **249**

11.1 Inertialsysteme	249
11.2 Lorentz–Transformation	252
11.3 4–Vektoren, Transformationen	256
11.3.1 4–Vektoren	256
11.3.2 4–Transformationen	257
11.3.3 Die 4–Geschwindigkeit und 4–Beschleunigung	260
11.3.4 Der 4–Gradient	261
11.4 4–Tensoren	262
11.4.1 Gewöhnliche Tensoren	262
11.4.2 Pseudo–Tensoren	264

12.1	4–Strom und 4–Potential	269
12.1.1	4–Strom	269
12.1.2	4–Potential	271
12.1.3	Lorentz–Eichung, Umeichung	272
12.2	Der Feld–Tensor	273
12.2.1	Definition	273
12.2.2	Lorentz–Transformation der Felder	275
12.3	4–Schreibweise der Maxwellschen Gleichungen	277
12.3.1	Die inhomogenen Gleichungen	277
12.3.2	Die homogenen Maxwellschen Gleichungen	278
12.3.3	Diskussion	281
12.4	Lagrange–Dichte für die Teilchen–Feld–Wechselwirkung	282
12.4.1	Die relativistische Punktmechanik	283
12.4.2	Die Teilchen–Feld–Wechselwirkung	286
12.4.3	Die homogenen Maxwellschen Gleichungen	289
12.4.4	Lagrange–Funktion und Hamiltonsche Beschreibung	290
12.5	Ladungs–Erhaltung und Eich–Invarianz	292
12.5.1	Kontinuierliche Massen– und Ladungs–Verteilung	292
12.5.2	Eich–Transformation	294
12.6	Das Wirkungs–Integral für das Feld	297

13 Elektrische und Magnetische Felder in Materie **303**

13.1 Phänomenologische Beschreibung	304
13.1.1 Elektrische Polarisierung	304
13.1.2 Magnetisierung	307
13.2 Grenzbedingungen für die Felder	310
13.2.1 Grenzbedingungen für die Normal-Komponenten	311
13.2.2 Grenzbedingungen für die Tangential-Komponenten	312
13.2.3 Nachweis der verwendeten Version des Gaußschen Integralsatzes	315
13.3 Mikroskopische und makroskopische Beschreibung von Feldern in Ma- terie	316
13.3.1 Mikroskopische Ladungs- und Flussdichte	316
13.3.2 Mittelung	318
13.3.3 Mikroskopische Multipol-Entwicklung	320
13.3.4 Die Maxwellschen Gleichungen in Materie	324

14 Phänomenologische Material-Relationen, Suszeptibilitäten **327**

14.1 Material-Relationen	327
14.2 Lineare Relationen, Suszeptibilitäten	330
14.2.1 Suszeptibilitäten	330
14.2.2 Ohmsches Gesetz, Hall-Effekt	331
14.3 Fourier-Transformation	333
14.3.1 Zeitliche und räumliche Homogenität	333
14.3.2 Fourier-Transformation	335

14.3.3	Kramers–Kronig–Relationen	337
14.4	Modelle	342
14.4.1	Thomsonsches Atom–Modell	342
14.4.2	Suszeptibilität und Polarisierbarkeit	346
14.4.3	Das Drude–Modell	349
14.5	Clausius–Mosotti–Relation	350
15	Quasistationäre Felder	355
15.1	Definition quasistationärer Felder	355
15.2	System von Leiterschleifen, Induktivitäten	358
15.3	Selbst–Induktion	360
15.3.1	Induzierte Spannung, Lenzsche Regel	360
15.3.2	Spule, geradliniger Leiter	362
15.4	Magnetische Feldenergie	364
15.5	Stromkreise	366
15.5.1	Die Differential–Gleichungen, Einschalt–Vorgänge	366
15.5.2	Schwingkreis	369
15.5.3	Komplexe Widerstände: Impedanzen	371
15.5.4	Leistungs–Aufnahme in Stromkreisen	375
A	Krummlinige Koordinaten	379
A.1	Definitionen	379
A.2	Linien– und Volumen–Element, Gradient	382
A.3	Divergenz	384
A.4	Divergenz–Gradient	387
A.5	Rotation	387

B Die Diracsche δ-Funktion	391
B.1 Die 1-dimensionale Delta-Funktion und die Darstellung durch einen Grenzübergang	392
B.2 Nachweis von (B.9)	394
B.3 Die Fourier-Transformation	396
B.4 Darstellung der 3-dimensionalen δ -Funktion durch einen Grenzübergang	398
C Der Levi-Civita-Tensor in 3 und 4 Dimensionen	401
C.1 Produktausdrücke von zwei 3-dimensionalen Levi-Civita-Tensoren .	401
C.1.1 Die Rechenregeln	401
C.1.2 Anwendungen	404
C.2 Produktausdrücke von zwei 4-dimensionalen Levi-Civita-Tensoren .	407
D Formeln der Elektrodynamik	411
D.1 Vektor-Algebra	411
D.2 Gradient, Divergenz, Rotation	412
D.3 Laplace-Operator	413
D.4 Partielle Integration	413
D.5 Integralsätze	413
E Übungsaufgaben	415
E.1 Zu Kapitel 1: Das elektrische Feld und seine Wirbel	415
E.1.1 Aufgaben	415

E.1.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 1	417
E.2	Zu Kapitel 2: Die Quellen des elektrischen Feldes	423
E.2.1	Aufgaben	423
E.2.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 2	424
E.3	Zu Kapitel 3: Feldenergie, Multipole, Kräfte und Momente	432
E.3.1	Aufgaben	432
E.3.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 3	433
E.4	Zu Kapitel 4: Elektrostatik	439
E.4.1	Aufgaben	439
E.4.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 4	441
E.5	Zu Kapitel 5: Elektrischer Strom und magnetische Flussdichte	448
E.5.1	Aufgaben	448
E.5.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 5	449
E.6	Zu Kapitel 6: Magnetische Feldgleichungen	456
E.6.1	Aufgaben	456
E.6.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 6	458
E.7	Zu Kapitel 7: Die Maxwellschen Gleichungen	462
E.7.1	Aufgaben	462
E.7.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 7	463
E.8	Zu Kapitel 8: Bilanz-Gleichungen	468
E.8.1	Aufgaben	468
E.8.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 8	469

E.9	Zu Kapitel 9: Freie elektromagnetische Wellen	471
E.9.1	Aufgaben	471
E.9.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 9	472
E.10	Zu Kapitel 10: Die inhomogene Wellengleichung, Ausstrahlung	480
E.10.1	Aufgaben	480
E.10.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 10	483
E.11	Zu Kapitel 11: Grundlagen der Relativitätstheorie	488
E.11.1	Aufgaben	488
E.11.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 11	489
E.12	Zu Kapitel 12: Lorentz-Kovarianz der Elektrodynamik	494
E.12.1	Aufgaben	494
E.12.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 12	495
E.13	Zu Kapitel 13: Elektrische und magnetische Felder in Materie	501
E.13.1	Aufgaben	501
E.13.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 13	502
E.14	Zu Kapitel 14: Phänomenologische Material-Relationen, Suszeptibi- litäten	508
E.14.1	Aufgaben	508
E.14.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 14	509
E.15	Zu Kapitel 15: Quasistationäre Felder	517
E.15.1	Aufgaben	517
E.15.2	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 14	518